

**Joanna Świercz**

# **Bingo**

# **matematyczne**

Gry matematyczne dla uczniów gimnazjum



**Opole 2015**



© Copyright by Wydawnictwo Nowik Sp.j. 2015  
Wydawnictwo Nowik Sp.j. 45-061 Opole, ul. Katowicka 39/104

Wydanie pierwsze, Opole 2015  
ISBN: 978-83-62687-65-7

OPRACOWANIE REDAKCYJNE: Wydawnictwo  
SKŁAD I ŁAMANIE: Wydawnictwo  
GRAFIKA NA OKŁADCE: Beata Motyka

Wszelkie prawa zastrzeżone. Rozpowszechnianie bez zgody Wydawcy całości publikacji lub jej fragmentów w jakiegokolwiek postaci jest zabronione.

Kopiowanie metodą kserograficzną, fotograficzną, umieszczanie na nośnikach magnetycznych, optycznych i innych narusza prawa autorskie niniejszej publikacji.

## Kserowanie zabija książki!

Szanowny Czytelniku, jeżeli chcesz wyrazić swoją opinię na temat tej publikacji, prosimy o kontakt mailowy [matma@nowik.com.pl](mailto:matma@nowik.com.pl) lub wypełnienie formularza na naszej stronie [www.nowik.com.pl](http://www.nowik.com.pl)

Wydrukowane w Polsce  
Szczegółowe informacje o naszych publikacjach na [www.nowik.com.pl](http://www.nowik.com.pl)

---

Dystrybucja:  
Wydawnictwo Nowik Sp.j. Biuro Handlowe:  
45-061 Opole, ul. Katowicka 39/104  
Tel./fax 77 454 36 04  
<http://www.nowik.com.pl> e-mail: [biuro@nowik.com.pl](mailto:biuro@nowik.com.pl)

# Spis treści

<b>Wstęp</b> .....	5
<b>Instrukcja</b> .....	7
<b>I. Wyrażenia algebraiczne</b>	
1. Obliczanie wartości liczbowej wyrażeń algebraicznych.....	9
2. Redukcja wyrazów podobnych w sumie algebraicznej.....	10
3. Dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych.....	11
4. Wylączenie wspólnego czynnika z wyrazów sumy algebraicznej przed nawias.....	12
5. Wyznaczanie wskazanej wielkości z podanych wzorów, w tym geometrycznych i fizycznych... ..	14
6. Mnożenie jednomianów, sum algebraicznych przez jednomian, sum algebraicznych.....	16
<b>II. Równania</b>	
1. Rozwiązywanie równań stopnia pierwszego z jedną niewiadomą.....	17
2. Rozwiązywanie układów równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi.....	18
3. Rozwiązywanie za pomocą równania zadań osadzonych w kontekście praktycznym.....	19
4. Rozwiązywanie za pomocą układów równań zadań osadzonych w kontekście praktycznym. .	20
5. Proporcjonalność.....	22
<b>III. Potęgi</b>	
1. Działania na potęgach.....	23
2. Obliczanie potęg liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych.....	24
3. Obliczanie potęg liczb wymiernych o wykładnikach całkowitych.....	26
4. Zapisywanie w postaci jednej potęgi liczby 2, 3 lub 5.....	28
5. Zapisywanie liczb w notacji wykładniczej.....	28
<b>IV. Pierwiastki</b>	
1. Wylączenie czynnika przed znak pierwiastka oraz włączanie czynnika pod znak pierwiastka . . . . .	30
2. Mnożenie i dzielenie pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia.....	32
3. Działania na pierwiastkach.....	34
4. Obliczanie wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciانami liczb całkowitych.....	36
<b>V. Procenty</b>	
1. Obliczanie procentu danej liczby.....	37
2. Przedstawianie części pewnej wielkości, jako procent lub promil tej wielkości i odwrotnie. ....	38
3. Obliczenia procentowe, rozwiązywanie problemów osadzonych w kontekście praktycznym. .	40
4. Obliczanie liczby na podstawie danego jej procentu.....	41
<b>VI. Liczby wymierne dodatnie</b>	
1. Liczby w systemie rzymskim w zakresie do 3000.....	42
2. Zaokrąglanie rozwinięć dziesiętnych liczb.....	44
3. Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych.....	46

4. Mnożenie i dzielenie ułamków zwykłych. ....	48
5. Obliczanie wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających ułamki zwykłe. . .	50
6. Zamiana ułamków zwykłych na ułamki dziesiętne i odwrotnie. ....	52
7. Dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych skończonych. ....	54
8. Obliczanie wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających ułamki zwykłe i dziesiętne. ....	56

## VII. Liczby wymierne dodatnie i niedodatnie

1. Obliczanie wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby całkowite. . .	58
2. Obliczanie odległości między dwiema liczbami na osi liczbowej. ....	59
3. Zapisywanie warunku typu $x \geq 3$ , $x < 5$ , jaki spełniają liczby z zaznaczonego na osi liczbowej zbioru. .	60
4. Obliczanie wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne. . .	62

## VIII. Wykresy funkcji

1. Odczytywanie współrzędnych danych punktów. ....	64
2. Analiza własności funkcji podanych nieskomplikowanym wzorem (wartości funkcji dla danego argumentu, argumenty dla danej wartości funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero) ....	66

## IX. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa

1. Wyznaczanie średniej arytmetycznej i mediany zestawu danych. ....	67
2. Analiza prostych doświadczeń losowych. Obliczanie prawdopodobieństwa. ....	68

## X. Figury płaskie

1. Zamiana jednostek pola. ....	70
2. Korzystanie ze związków między kątami utworzonymi przez prostą przecinającą dwie proste równoległe. Kąty środkowe. ....	72
3. Obliczanie długości boków trójkąta prostokątnego. ....	74
4. Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa. ....	75
5. Korzystanie z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i w trapezach. ....	76
6. Obliczanie obwodów trójkątów i czworokątów. ....	78
7. Obliczanie pól trójkątów i czworokątów. ....	79
8. Pola i obwody figur podobnych. ....	80
9. Trójkąty o kątach $45^\circ$ , $45^\circ$ , $90^\circ$ i $30^\circ$ , $60^\circ$ , $90^\circ$ . ....	81
10. Kąty wielokątów foremnych. ....	82
11. Pola i obwody wielokątów foremnych. ....	84
12. Symetria w układzie współrzędnych. ....	85
13. Obliczanie długości okręgu i łuku okręgu, pola koła, pierścienia kołowego, wycinka kołowego. . .	86

## XI. Bryły

1. Własności graniastosłupów i ostrosłupów prawidłowych. ....	87
2. Obliczanie pola powierzchni i objętości graniastosłupa prostego. ....	88
3. Obliczanie pola powierzchni i objętości ostrosłupa. ....	90
4. Obliczanie pola powierzchni i objętości walca, stożka, kuli. ....	92
5. Zamiana jednostek objętości. ....	94

# Wstęp

Istnieją takie partie materiału, których opanowanie sprawia trudności kolejnym uczniom, których uczyć. Są również takie tematy, których realizacja jest niesamowicie nudna, a lekcje monotonne. Zaangażowanie w lekcje gimnazjalistów jest sztuką chwilami niemożliwą, a przekonanie ich do zaproponowanych metod graniczy z cudem. Bingo, gra amerykańskich emerytów, sprawia jednak, że trudne i nudne partie materiału są możliwe do realizacji, a gimnazjaliści pracują z zaangażowaniem i chcą na kolejnych lekcjach pracować z wykorzystaniem tej metody.

Konstrukcja książki umożliwia ćwiczenie ponad 80% umiejętności zawartych w podstawie programowej z matematyki dla III etapu edukacyjnego. Jej zastosowanie nie wymaga ponoszenia żadnych dodatkowych kosztów, wystarczy zeszyt i coś do pisania. Nauczyciel ma do dyspozycji ponad 1600 zadań.

Książkę tę zabieram ze sobą idąc, na zastępstwa. Staje się ona niezbędna w te dni, gdy uczniowie myślą już o czekającej ich przerwie w nauce, a nauczyciel musi utrzymywać i powtarzać wybrane partie materiału.

Książka ta może również pomóc rodzicom, którzy każdego dnia doskonalą umiejętności matematyczne swoich dzieci. Jest niewątpliwie ciekawą alternatywą dla ślęczenia nad kolejnymi przykładami w zeszycie ćwiczeń czy podręczniku do matematyki.




Wzory plansz do gry w matematyczne bingo.

# Instrukcja

Bingo to jedna z najłatwiejszych gier. Jej zasady są bardzo proste, dlatego w Bingo może grać każdy.

## ZASADY GRY BINGO

Rozpoczynając grę, każdy z graczy otrzymuje planszę z kombinacją niepowtarzających się numerów. Na każdej planszy znajdują się inne liczby, są one umieszczone w kwadracikach ułożonych po pięć w pięciu kolumnach.

Prowadzący losuje numery. Jeżeli gracz posiada wylosowaną liczbę, zakreśla ją. Gra kończy się w momencie, gdy jeden z graczy zakreśli w pionie, poziomie lub po skosie pięć numerów. Oznajmia to innym graczom, mówiąc głośno: Bingo!

## ZASADY MATEMATYCZNEGO BINGO

### Wybór planszy

Gracze mają do dyspozycji puste plansze rozmiaru 3 x 3, 4 x 4 oraz 5 x 5 (wzory do pobrania na stronie [www.nowik.com.pl](http://www.nowik.com.pl)), odpowiednio z 9, 16 i 25 pustymi polami. O wyborze planszy decyduje nauczyciel, który pełni rolę prowadzącego grę. Na wybór planszy powinny mieć wpływ dwa czynniki. Pierwszy to czas lekcyjny, który prowadzący planuje przeznaczyć na grę. Drugi to poziom umiejętności matematycznych uczniów, którzy będą brać udział w rozgrywce. Proponuję, aby pierwsze gry prowadzić z użyciem najmniejszej z plansz.


### Wypełnianie planszy

Uczniowie mają przed sobą puste plansze. Prowadzący grę informuje ich, jakie liczby należy wpisać w puste pola. Zakres liczbowy to szara kolumna każdego z zestawów. Przykładowo, grając w Bingo:

Obliczanie pola powierzchni i objętości graniastosłupa prostego – uczniowie wypełniają plansze wielokrotnościami 2, większymi od 6 i mniejszymi od 66 (str. 88).

Obliczanie wartości liczbowej wyrażeń algebraicznych – uczniowie wypełniają plansze liczbami większymi od 0 i mniejszymi od 29 (str. 9).

Liczby nie mogą się powtarzać.

W niektórych zestawach zakres liczbowy jest nieco bardziej skomplikowany. Łatwo go zauważyć, ponieważ został oznaczony nożyczkami . Należy wówczas skserować go, pociąć i rozdać uczniom.

### Gra

Gdy plansze są już gotowe, nauczyciel losowo wybiera jedno z zadań, odczytuje je na głos lub przepisuje jego treść na tablicę. Uczniowie rozwiązują kolejne zadania. Gdy na planszy ucznia znajduje się liczba, która jest rozwiązaniem przeczytanego przez nauczyciela zadania, uczeń zakreśla ją. Nauczyciel w wybrany przez siebie sposób zaznacza na swoim zestawie, które zadania już wykorzystał.

### Koniec gry (czy aby na pewno?)

Grę wygrywa uczeń, który jako pierwszy zakreśli na planszy cały wiersz lub kolumnę lub wszystkie liczby stojące po skosie lewym lub prawym. Uczeń sygnalizuje swoją wygraną,

mówiąc głośno: BINGO! Następnie podchodzi do prowadzącego. Nauczyciel porównuje zakreślone przez ucznia liczby z zaznaczonymi na swoim zestawie. Potwierdzając poprawność, nauczyciel informuje ucznia, czy został zwycięzcą.

Moje doświadczenie pokazuje, że pomimo wyłonienia zwycięzcy uczniowie chcą grać dalej. Można wspólnie umówić się, że wygrywa ten, kto ma podwójne, potrójne BINGO, albo ten, który w momencie zakończenia czasu przeznaczanego na grę, nie może krzyknąć słowa BINGO.

### **Praktyczne wskazówki**

Zwycięzca może, ale nie musi być nagrodzony przez nauczyciela. Nagrodą może być ocena. Osobiście, nie stawiam ocen. Grając ze swoimi uczniami, zwycięzcę nagradzam pieczętką SUPER. Mimo wieku gimnazjaliści cieszą się jak małe dzieci z otrzymanej nagrody.

Uczniom mającym trudności w nauce możemy pozwolić na grę w parach. W przypadku słabszych klas można na głos sprawdzać wynik kolejnych rozwiązywanych zadań.

Zestawy: „Zamiana jednostek objętości” (str. 94), „Zamiana jednostek pola” (str. 70) oraz „Liczby w systemie rzymskim...” (str. 42), „Zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne i odwrotnie” (str. 52), „Przedstawianie części pewnej wielkości jako procent lub promil tej wielkości i odwrotnie” (str. 38), „Wyłączanie czynnika przed znak pierwiastka oraz włączanie pod znak pierwiastka” (str. 30) można wykorzystać na dwa sposoby.



# Liczby wymierne

## dodatnie i niedodatnie

7.1 Obliczanie wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby całkowite			
-50	$(-5)^2 \cdot (-2)$	50	$-5 \cdot 2 \cdot (-5)$
-49	$-78 + 29$	49	$(-7)^2$
-48	$-12 \cdot 2 + (-3) \cdot 8$	48	$(-2)^3 \cdot (-6)$
-47	$-71 - (-24)$	47	$19 - (-28)$
-46	$13 - 59$	46	$(-4) \cdot (-10) + 6$
-45	$-135 : 3$	45	$-9 \cdot 10 : (-2)$
-44	$-18 + (-26)$	44	$(-4) \cdot (-11)$
-43	$-24 - 19$	43	$-11 + 54$
-42	$7 \cdot (-6)$	42	$-2 \cdot 3 \cdot (-7)$
-41	$15 - 56$	41	$-(59 - 100)$
-40	$-160 : 4$	40	$(-2)^3 \cdot (-5)$
-39	$-18 - 21$	39	$-96 + 135$
-38	$-8 \cdot 19 : 4$	38	$-18 - (-56)$
-37	$-48 + 11$	37	$-55 + 92$
-36	$-2^2 \cdot (-3)^2$	36	$(-6)^2$
-35	$-17 - 18$	35	$-140 : (-4)$

7.2 Obliczanie odległości między dwiema liczbami na osi liczbowej	
-5	Mniejsza z liczb, która jest odległa o 2 od liczby $-3$ .
-4	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby $-6$ i $-2$ .
-3	Większa z liczb, która jest odległa o 4 od liczby $-7$ .
-2	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby $-3$ i $-1$ .
-1	Mniejsza z liczb, która jest odległa o 5 od liczby 4.
0	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby $-11$ i 11.
1	Jaka jest odległość na osi liczbowej pomiędzy liczbami $-1$ i 0?
2	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby $-8$ i 12.
3	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby 2 i 4.
4	Mniejsza z liczb, która jest odległa o 2,5 od liczby 6,5.
5	Jaka jest odległość na osi liczbowej pomiędzy liczbami $-9$ i $-4$ ?
6	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby $-14$ i 26.
7	Większa z liczb, która jest odległa o 9 od liczby $-2$ .
8	Jaka jest odległość na osi liczbowej pomiędzy liczbami $-9$ i $-1$ ?
9	Mniejsza z liczb, która jest odległa o 11 od liczby 20.
10	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby 1 i 19.
11	Jaka jest odległość na osi liczbowej pomiędzy liczbami $-5$ i 6?
12	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby $-20$ i 44.
13	Jaka jest odległość na osi liczbowej pomiędzy liczbami $-14$ i $-1$ ?
14	Mniejsza z liczb, która jest odległa o 7 od liczby 21.
15	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby $-70$ i 100.
16	Jaka jest odległość na osi liczbowej pomiędzy liczbami 2 i 18?
17	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby $-1$ i 35.
18	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby 14 i 22.
19	Jaka jest odległość na osi liczbowej pomiędzy liczbami $-10$ i 9?
20	Jaka jest odległość na osi liczbowej pomiędzy liczbami $-6$ i 14?
21	Liczba, która leży na osi liczbowej dokładnie w tej samej odległości od liczby $-21$ i 63.
22	Większa z liczb, która jest odległa o 8 od liczby 14.