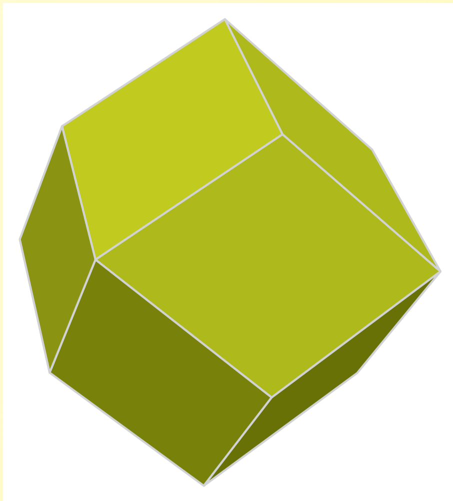
10. Gwiazdki z gwiazd dwunastu (2)

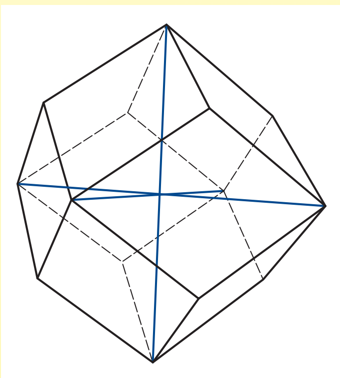
W rozdziale 5. poznaliśmy dwunastościan rombowy – wielościan o wielu ciekawych własnościach (tworzy on m.in. parkietaż przestrzenny). Bohaterem tego rozdziału jest inny wielościan tworzący przestrzenny parkietaż – dwunastościan gwiaździsty rombowy. Nazwa tej gwiazdki może być nieco myląca, gdyż ściany jej wcale nie są rombami, ale sposób jej konstrukcji tłumaczy taką właśnie nazwę.



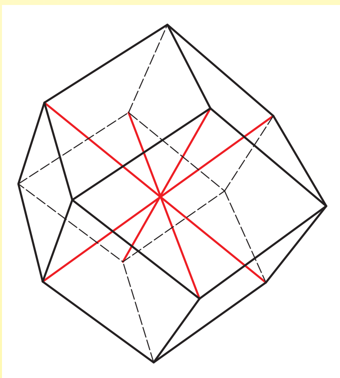
Rys. 10.1

Spójrzmy ponownie na keplerowski dwunastościan rombowy (rys. 10.1). Ma on dwa rodzaje wierzchołków – sześć, w których schodzą się 4 ściany, i osiem, w których schodzą się 3 ściany.

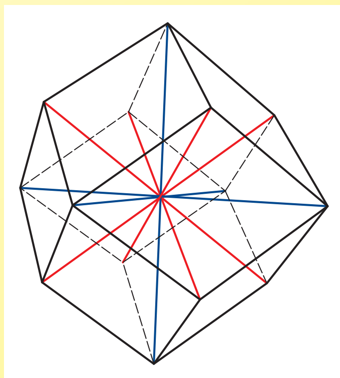
Poprowadźmy w nim 3 przekątne łączące wierzchołki pierwszego rodzaju (rysunek 10.2). Następnie dołączmy 4 przekątne łączące wierzchołki drugiego rodzaju (rys. 10.3). Wszystkie poprowadzone odcinki przecinają się w jednym punkcie, który jest środkiem symetrii całego dwunastościanu (rys. 10.4) i wyznaczają w nim 12 przystających ostrosłupów. Ich podstawami są ściany bryły, a wierzchołkiem jest punkt wspólny wszystkich siedmiu przekątnych. Pojedynczy ostrosłup przedstawia rysunek 10.5.



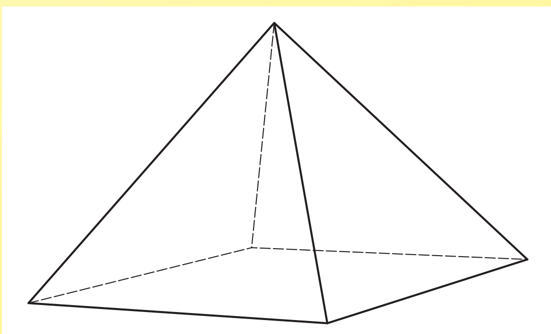
Rys. 10.2



Rys. 10.3

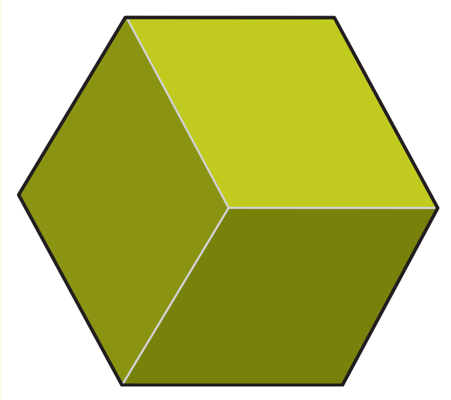


Rys. 10.4



Rys. 10.5

Popatrzmy teraz na nasz dwunastościan w ten sposób, aby widzieć jedynie trzy jego ściany spotykające się w jednym punkcie (rys. 10.6). Wyraźnie widzimy... sześciokąt foremny. Czarne linie na rysunku to nic innego jak sześć widzianych „z profilu" ścian naszej bryły. Pozwala to podejrzewać, że kąt pomiędzy ścianami w dwunastościanie rombowym ma miarę 120°. Tak jest w istocie. Oznacza to, że kąt miedzy ścianą boczną a podstawą w powstałych ostrosłupach ma 60°.



Rys. 10.6

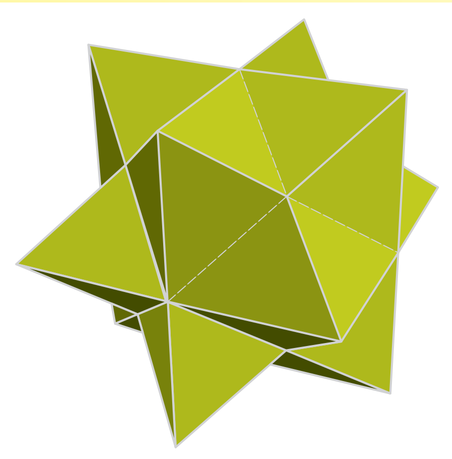
Jeżeli zatem jedną taką piramidkę przykleimy do ściany dwunastościanu rombowego, to jej ściany boczne będą leżały w płaszczyznach innych ścian tego dwunastościanu (rys. 10.7).

Rys. 10.7

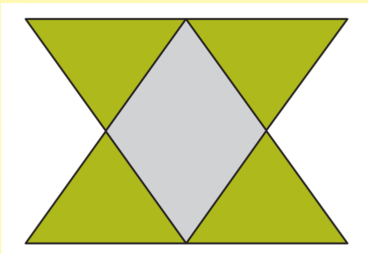
Rysunek 10.8 przedstawia dwunastościan z doklejonymi dwoma piramidkami, a rysunek 10.9 i fot. 10.1 – gotową gwiazdkę.

Rys. 10.8

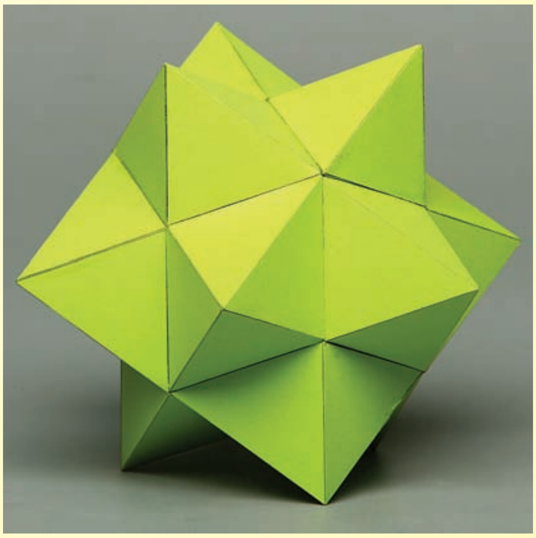
Ma ona dwanaście ścian leżących w płaszczyznach dwunastościanu rombowego. Każda z nich składa się z czterech trójkątów dołączonych do ściany wyjściowego dwunastościanu (rys. 10.10). Sposób powstania gwiazdki i kształt ścian tłumaczą w pełni jej nazwę.



Rys. 10.9

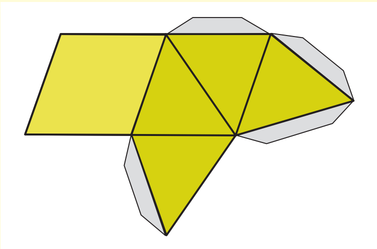


Rys. 10.10



Fot. 10.1

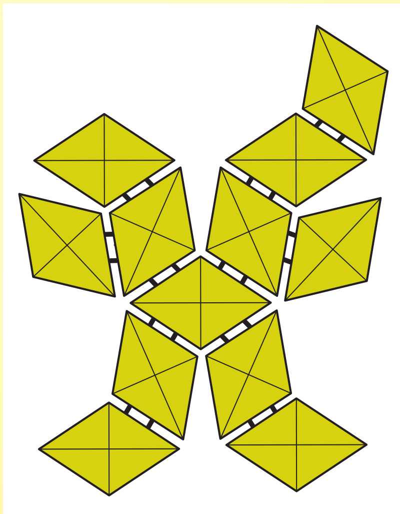
Opisywana wcześniej metoda wykonywania modeli poprzez sklejanie odpowiednich ostrosłupów może być wykorzystana również i tym razem. Siatkę ostrosłupa przedstawia rysunek 10.11. Używając podwójnych skrzydełek, należy skleić ze sobą 12 piramidek, tak aby ich podstawy utworzyły dwunastościan rombowy.



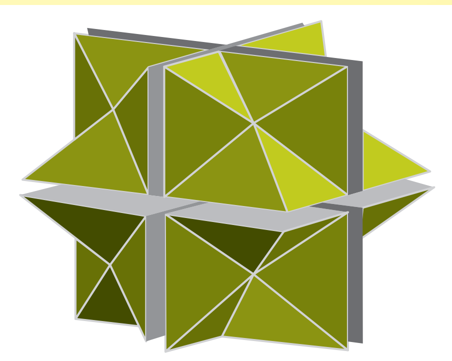
Rys. 10.11

Przy łączeniu piramidek należy pamiętać o dwóch rodzajach wierzchołków dwunastościanu rombowego.

Sposób konstrukcji gwiazdki sugeruje jednak, że można wykonać atrakcyjną zabawkę podobną do opisanej w rozdziale 5. Połączmy wstążeczkami 12 piramidek, tak aby ich podstawy tworzyły siatkę dwunastościanu rombowego. Odstępy pomiędzy ostrosłupami powinny wynosić ok. 1–2 mm. Gotową zabawkę widzianą z góry przedstawia rysunek 10.12. „Wianuszek piramidek” można zwinąć „do środka”, uzyskując dwunastościan rombowy, bądź też owinąć wokół gotowego dwunastościanu, uzyskując gwiazdkę. Należy oczywiście pamiętać, aby podstawy piramidek i ściany dwunastościanu były przystające.



Rys. 10.12

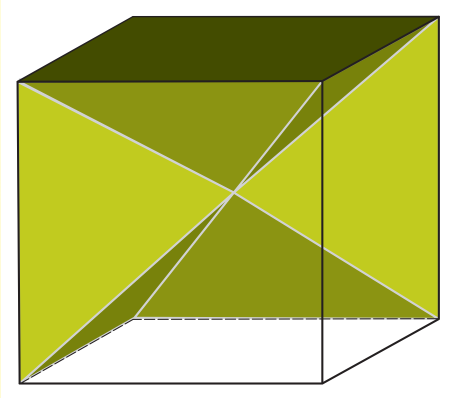


Rys. 10.13

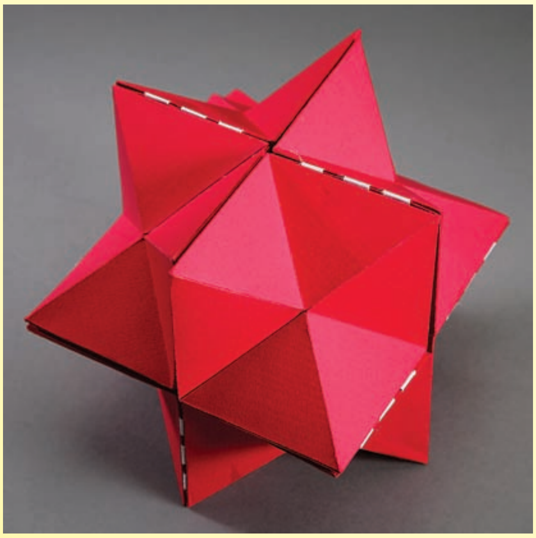
Dwunastościanami rombowymi można wypełnić przestrzeń, tak więc można to również zrobić, używając opisanych gwiazdek. Najlepiej jednak naocznie się o tym przekonać wykonując kilka modeli i zestawiając je ze sobą.

Popatrzmy teraz na dwunastościan gwiaździsty rombowy z nieco innej strony. Ma on 12 wierzchołków, które leżą po cztery w trzech wzajemnie prostopadłych płaszczyznach (rysunek 10.13).

Nasz wielościan przecięty tymi płaszczyznami rozpadnie się na 8 przystających części, z których każda jest... połówką sześcianu (rysunek 10.14). Siatkę jednej części przedstawia rysunek 10.15. Linie przerywane oznaczają krawędzie wklęsłe. Wykonawszy 8 takich elementów, możemy złożyć z nich gwiazdkę lub obłożyć nimi gwiazdkę wykonaną wcześniej. Otrzymamy wówczas sześcian.

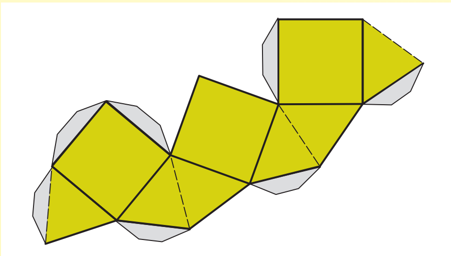


Rys. 10.14

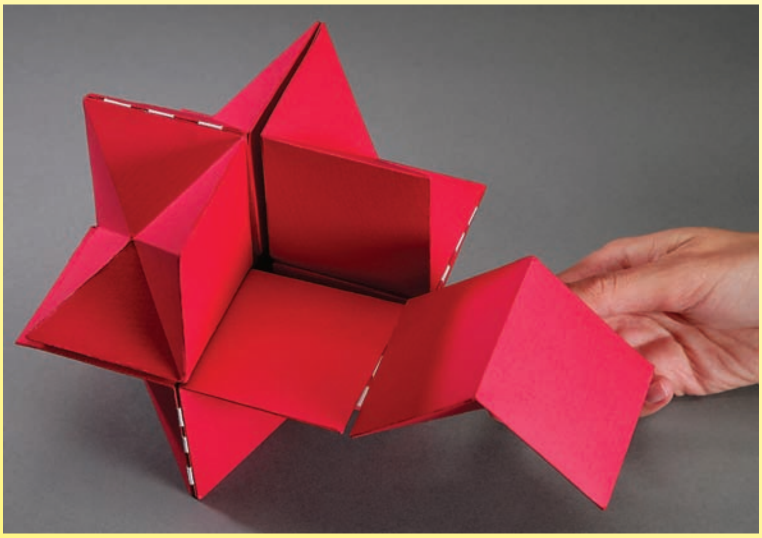


Fot. 10.2

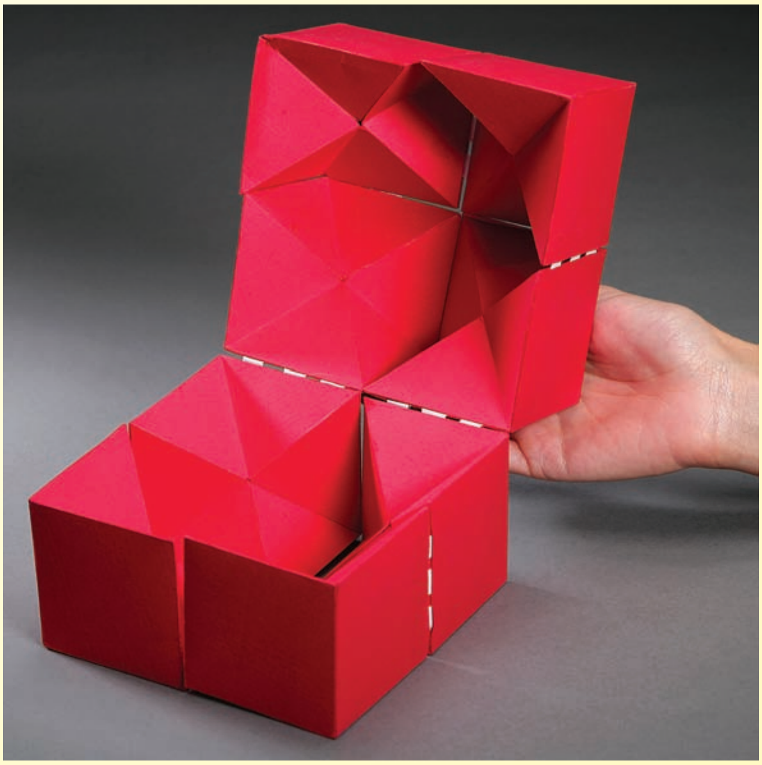
Elementy można również połączyć wstążeczkami w jeden „wianuszek”. Powstanie kolejna atrakcyjna zabawka (fot. 10.2–10.5). Jednakże znalezienie sposobu połączenia jej elementów niech pozostanie (mam nadzieję, że niezbyt trudnym) zadaniem dla Czytelników.



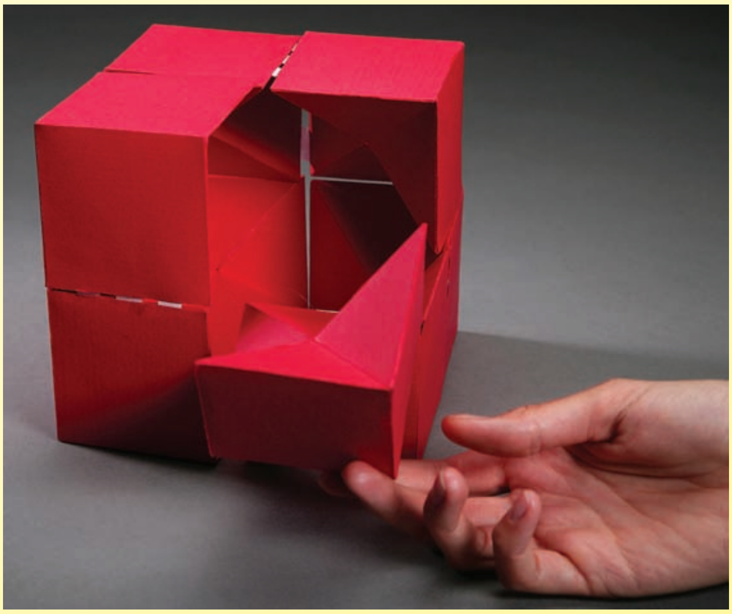
Rys. 10.15



Fot. 10.3



Fot. 10.4



Fot. 10.5

Zadania

1. Co jest uwypukleniem opisanej gwiazdki?
2. W jaki sposób można szybko obliczyć je objętość?
3. Jaki jest związek pomiędzy ścianami bocznymi a podstawami w piramidkach tworzących omawianą gwiazdkę?
4. Ile wynosi miara kąta pomiędzy ścianami piramidki, które zostają rozdzielone przy cięciu gwiazdy jak na rys. 10.13?